

# Un modèle non-markovien pour des projections de populations urbaines

---

Daniel COURGEAU

Institut National d'Études Démographiques, Paris, France

Les villes actuelles connaissent de très forts échanges migratoires entre elles, dont il est nécessaire de tenir compte pour réaliser des perspectives de populations urbaines. Pour ce faire, on a coutume de considérer qu'il est préférable de mesurer les mouvements d'une zone  $i$  vers une zone  $j$  par des indices d'émigration de  $i$  vers  $j$ , que par des indices d'immigration en  $j$  d'habitants de la zone  $i$  (Henry, 1973). En effet, les indices qui rapportent l'immigration au cours d'une période à la population initiale de la zone d'arrivée s'écartent des indices démographiques classiques en ce sens que les événements qui figurent au numérateur ne concernent pas les membres de la population figurant au dénominateur. On ne peut donc pas les interpréter comme des probabilités, alors que des taux d'émigration mesurent bien la probabilité pour qu'un individu présent en  $i$  en début de période ait émigré vers  $j$  en fin de période (Cazin, 1975; Willekens et Rogers, 1978). Une telle perspective est alors l'équivalent d'un processus markovien, dont les propriétés sont maintenant bien établies.

Cependant, l'utilisation de tels taux va à l'encontre de l'analyse des résultats empiriques. De très nombreuses études ont en effet montré que les flux de migration d'une zone  $i$  vers une zone  $j$  dépendent, non seulement de la population d'origine, mais de façon aussi importante, de la population de destination (Reilly, 1931; Zipf, 1946; Steward, 1942; Courgeau, 1970; Poulain, 1981).

D'où l'idée d'élaborer un indice d'intensité migratoire, qui garderait la signification probabiliste d'un taux d'émigration, mais qui ferait intervenir les populations de départ et d'arrivée. Il peut se définir comme la probabilité que deux individus tirés au hasard, l'un dans la population de la première zone à l'instant initial, l'autre dans la population de la seconde zone à l'instant final, soient identiques (Courgeau, 1975).

Il est dès lors possible d'utiliser un tel indice pour des projections de population avec migrations. Dans la mesure où sa validité a été testée dans de nombreux pays et au cours de nombreuses périodes, il risque de conduire à des résultats plus satisfaisants que le taux d'émigration.

Nous allons présenter ici ces méthodes de projection dans le cas le plus simple où les populations sont uniquement soumises au processus de migration, sans distinction de groupes d'âges. Bien entendu ces méthodes peuvent s'étendre facilement (du moins de façon théorique, car les calculs sont très lourds) à une population décomposée par groupe d'âges qui évolue également par naissances et par décès. Nous les appliquerons ensuite sur le court terme à la population des 79 villes françaises de plus de 50 000 habitants en 1982, en comparant ces projections à celles du modèle markovien. Nous essayerons enfin de voir, sur le très long terme, les résultats entièrement différents que fournissent les deux types de projection si les taux considérés restent à l'avenir constants, avant de conclure cette communication.

### I.- Formalisation des projections de population

Nous disposons des données d'un recensement de la population à la date  $t_1$ , qui a posé une question sur le lieu de résidence à une date antérieure,  $t_0$ . Le taux d'émigration d'une zone  $i$  vers une zone  $j$  peut s'écrire :

$$em_{i,j} = \frac{M_{i,j}(t_0, t_1)}{P_i(t_0)} \quad [1]$$

où  $M_{i,j}(t_0, t_1)$  est le nombre de migrants de  $i$  vers  $j$ ,  $P_i(t_0)$  la population originaire de  $i$  en  $t_0$ , où qu'elle soit présente sur le territoire considéré en  $t_1$ .

L'indice d'intensité migratoire entre  $i$  et  $j$  s'écrit :

$$m_{i,j} = \frac{M_{i,j}(t_0, t_1)}{P_i(t_0) P_j(t_1)} \quad [2]$$

où  $P_j(t_1)$  est la population recensée en  $j$  et en  $t_1$ .

Si l'on fait l'hypothèse que les taux d'émigration restent constants à l'avenir, on aura pour la période suivante ( $t_1, t_2$ ), par exemple, la nouvelle population de la zone  $j$  par la formule suivante :

$$P_j(t_2) = P_j(t_1) + \sum_{i \neq j} em_{i,j} P_i(t_1) - P_j(t_1) \sum_{i \neq j} em_{j,i} \quad [3]$$

On voit que cette formule peut s'écrire de façon condensée, si l'on définit la matrice  $EM$  par :

$$EM = \left\{ \begin{array}{ccc} 1 - \sum_{i \neq 1} em_{1,i} & em_{2,1} \dots & em_{n,1} \\ em_{1,2} & 1 - \sum_{i \neq 2} em_{2,i} \dots & em_{n,2} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ em_{1,n} & em_{2,n} \dots & 1 - \sum_{i \neq n} em_{n,i} \end{array} \right\} \quad [4]$$

et le vecteur  $P(t)$  par :

$$P(t) = \left\{ \begin{array}{c} P_1(t) \\ P_2(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ P_n(t) \end{array} \right\} \quad [5]$$

où  $n$  est le nombre de zones considérées. La projection utilisant le taux d'émigration s'écrit alors :

$$P(t_2) = EM \times P(t_1) \tag{6}$$

La matrice  $EM$  étant indépendante des population, on généralise facilement cette formule à :

$$P(t_{n+1}) = EM^n \times P(t_1) \tag{7}$$

La matrice  $EM$  ayant une valeur propre égale à l'unité, puisque la somme des termes de chaque colonne est égale à un (toutes les autres valeurs propres étant, en général, inférieures à un), on voit que le vecteur  $P(t_{n+1})$  tend vers le vecteur correspondant à cette valeur propre. Ce vecteur est indépendant de la distribution initiale  $P(t_1)$ .

Si l'on fait maintenant l'hypothèse que ce sont les indices d'intensité qui restent constants à l'avenir, la relation suivante est alors vérifiée :

$$P_j(t_2) = P_j(t_1) + \sum_{i \neq j} m_{i,j} P_i(t_1) P_j(t_2) - \sum_{i \neq j} m_{j,i} P_j(t_1) P_i(t_2) \tag{8}$$

qui s'écrit encore :

$$P_j(t_2) [1 - \sum_{i \neq j} m_{i,j} P_i(t_1)] + P_j(t_1) \sum_{i \neq j} m_{j,i} P_i(t_2) = P_j(t_1) \tag{9}$$

On a ainsi  $n$  équations linéaires avec second membre, dont les  $n$  variables sont les populations de chaque zone à la date  $t_2$ .

A nouveau, si l'on définit la matrice  $M(t)$  par

$$M(t_1) = \left\{ \begin{array}{ccc} 1 - \sum_{i \neq 1} m_{i,1} P_i(t_1) & m_{1,2} P_1(t_1) \dots & m_{1,n} P_1(t_1) \\ m_{2,1} P_2(t_1) & 1 - \sum_{i \neq 2} m_{i,2} P_i(t_1) \dots & m_{2,n} P_2(t_1) \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ m_{n,1} P_n(t_1) & m_{n,2} P_n(t_1) \dots & 1 - \sum_{i \neq n} m_{i,n} P_i(t_1) \end{array} \right\} \tag{10}$$

la relation [9] conduit à la relation vectorielle suivante :

$$M(t_1) \times P(t_2) = P(t_1) \tag{11}$$

Si la matrice  $M(t_1)$  est inversible, ce qui est le cas général<sup>(1)</sup>, la relation [11] s'écrit :

$$P(t_2) = [M(t_1)]^{-1} \times P(t_1) \quad [12]$$

Mais cette fois-ci, la matrice  $M(t_1)$  dépend des populations initiales, ce qui fait que l'on n'a plus un processus markovien. Le vecteur des populations  $P(t_2)$  n'est plus le résultat d'une application linéaire du vecteur  $P(t_1)$  dans l'espace  $R^n$ .

Montrons cependant que l'on peut déterminer les points fixes de cette application, c'est-à-dire, les vecteurs  $P(t)$  vérifiant :

$$M(t) \times P(t) = P(t) \quad [13]$$

En reprenant la relation [9], on voit que cette équation est l'équivalent du système :

$$P_j(t) \left[1 - \sum_{i \neq j} m_{i,j} P_i(t)\right] = P_j(t) \left[1 - \sum_{i \neq j} m_{j,i} P_i(t)\right] \quad [14]$$

$$\forall j \leq n$$

Une première série de solutions de ce système est :

$$P_j(t) = 0 \quad [15]$$

Si l'une des populations est ou devient nulle, elle le restera indéfiniment. Bien entendu, plusieurs populations ( $n_1$ ) et au maximum,  $n - 1$ , pourront être nulles.

Une fois cette première série de solutions prise en compte, le système [14] s'écrit de façon simplifiée (dans le cas où les  $n_1$  dernières populations sont nulles) :

$$\sum_{i \neq j} (m_{i,j} - m_{j,i}) P_i(t) = 0 \quad [16]$$

$$\forall i, j \leq n - n_1$$

Si l'on se rappelle que la population totale du territoire reste fixe,

$$\sum_i P_i(t) = P \quad [17]$$

on voit que ce système linéaire de  $(n - n_1)$ , équations à  $(n - n_1)$  inconnues, avec second membre nul (167), se transforme en un système linéaire de  $(n - n_1 - 1)$  équations à  $(n - n_1 - 1)$  inconnues, dont le second membre n'est plus nul :

$$\sum_{i=1}^{n-n_1-1} [(m_{i,j} - m_{j,i}) - (m_{n-n_1,j} - m_{j,n-n_1})] P_i(t) = (m_{j,n-n_1} - m_{n-n_1,j}) P \quad [18]$$

$$\forall j \leq n - n_1 - 1$$

Ce système admet donc, en général, une solution unique. Notons que, selon les indices  $m_{i,j}$ , cette solution d'un système équations algébriques pourra avoir certaines de ses valeurs négatives, alors que, par définition, chacune des populations est positive ou nulle.

(1) En effet, les termes de la diagonale de la matrice  $M(t_1)$  sont en général beaucoup plus élevés que les termes hors diagonale. Dans ce cas, cette matrice ne peut pas avoir deux lignes ou deux colonnes proportionnelles entre elles : elle est donc de rang  $n$ .

Montrons d'ailleurs, que sous certaines conditions, ces projections peuvent conduire à des populations négatives. En effet, l'équation [8] nous montre que les émigrants de la zone  $j$  sont égaux à :

$$M_{j..} = \sum_{i \neq j} m_{j,i} P_j(t_1) P_i(t_2) = P_j(t_1) \sum_{i \neq j} m_{j,i} P_i(t_2) \quad [19]$$

Or ces émigrants doivent nécessairement être en nombre inférieur ou égal à  $P_j(t_1)$ , ce qui nous conduit à la relation suivante :

$$\sum_{i \neq j} m_{j,i} P_i(t_2) \leq 1 \quad [20]$$

On voit facilement que cette relation peut ne plus être vérifiée pour certaines valeurs des populations et que la population  $P_j(t_1)$  ne peut plus fournir tous les émigrants que le modèle lui demanderait de fournir. Pour éviter cet inconvénient, s'il se produit, on prendra pour convention la population  $P_j(t_1)$  nulle, et on répartira la population initiale de cette zone proportionnellement aux indices d'intensité avec les autres zones du territoire.

Montrons pour finir que, dans certains cas, cette éventualité ne peut en fait jamais se produire. En effet, on peut réécrire la relation [17] sous la forme :

$$\sum_{i \neq j} P_i(t_2) = P - P_j(t_2) \quad [21]$$

Si on pose alors  $m = \max_{i,j} (m_{i,j})$  on peut écrire :

$$\sum_{i \neq j} m_{j,i} P_i(t_2) \leq \sum_{i \neq j} m P_i(t_2) = m (P - P_j(t_2)) \quad [22]$$

On voit donc que si  $P \leq \frac{1}{m}$  la relation [20] sera toujours vérifiée.

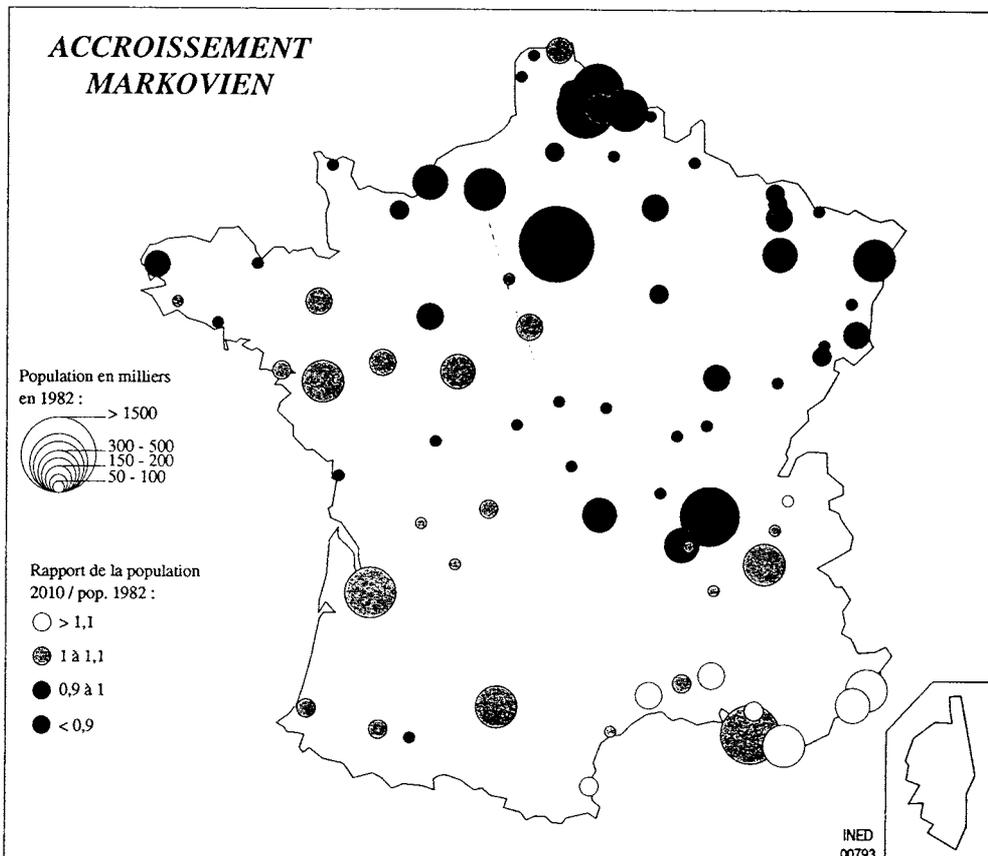
Nous allons aborder maintenant l'application de ce modèle aux populations urbaines françaises.

## II.- Projections des populations urbaines françaises à l'année 2010

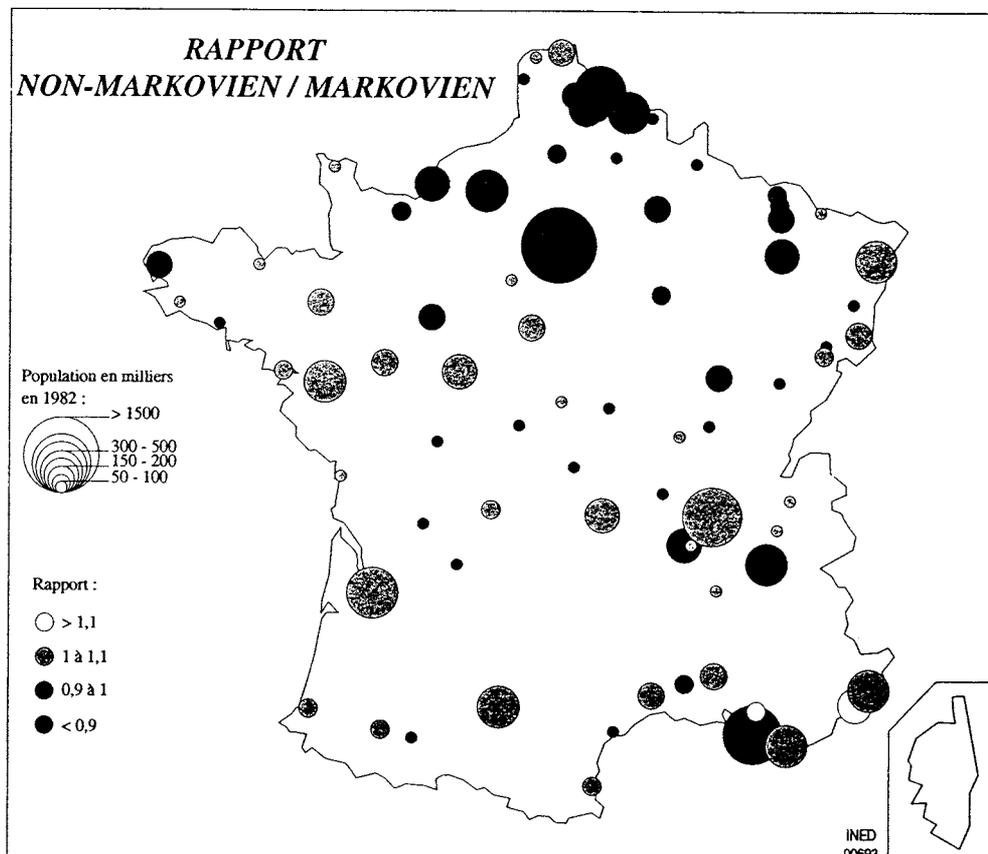
Nous partons des flux de migration et des effectifs de sédentaires observés au recensement de 1982 dans les 79 villes de plus de 50 000 habitants à cette date. La période d'observation étant de sept ans, nous avons donc à effectuer les calculs indiqués précédemment sur quatre périodes pour arriver à l'année 2010.

Nous avons porté sur la carte 1 les rapports de la population obtenue en 2010 par le modèle markovien à la population observée en 1982. La carte 2 porte les rapports de la population obtenue en 2010 par le modèle non-markovien à ce que donne, à la même date, le modèle markovien.

On voit d'abord que, dans tous les cas, l'évolution des populations est dans le même sens, que l'on utilise le modèle markovien ou le modèle non-markovien.



Carte 1.- Augmentation ou diminution de la population des villes, de 1982 à 2010, correspondant à l'application d'un modèle markovien



Carte 2.- Rapport entre l'évolution non-markovienne et l'évolution markovienne de la population des villes, de 1982 à 2010

On verra plus loin que, sur le plus long terme, cette observation n'est plus vérifiée. On observe cependant que, dans la majorité des cas (68 villes sur les 79 étudiées), le modèle non-markovien conduit à des augmentations ou à des réductions plus importantes que le modèle markovien. Ainsi, l'agglomération de Grasse-Cannes-Antibes voit sa population augmenter de 34,4% avec le modèle markovien et de 51,6% avec le modèle non-markovien, tandis que l'agglomération de Thionville voit sa population diminuer respectivement de 17,1% et de 18,3%.

Cette observation n'est en revanche pas toujours vérifiée et, pour certaines agglomérations, on voit l'inverse se produire : ainsi, l'agglomération d'Angoulême voit sa population augmenter de 1,0% avec le modèle markovien et seulement de 0,8% avec le modèle non-markovien.

Pour les agglomérations les plus peuplées, leurs échanges avec les autres unités urbaines conduisent à une réduction de la population parisienne (-2,2% avec le modèle markovien et -3,0% avec le modèle non-markovien), et à une légère augmentation des populations de Marseille (5,0% et 4,6% respectivement) et de Lyon (0,7% et 0,2% respectivement).

Les agglomérations les plus favorisées sont celles du Sud de la France : Grasse-Cannes-Antibes, déjà citée, Aix-en-Provence (+19,8% et +32,8%), Perpignan (+12,3% et +15,0%) et Toulon (+17,6% et 22,8%). Les plus défavorisées sont celles du Nord de la France : Thionville, déjà citée, Douai (-14,6% et -15,8%) et Valenciennes (-13,2% et -14,4%).

Ainsi, les hypothèses à la base des projections influent déjà fortement sur les populations prévues en 2010. Nous allons voir maintenant ce qui se passe si l'on prolonge la période de projection.

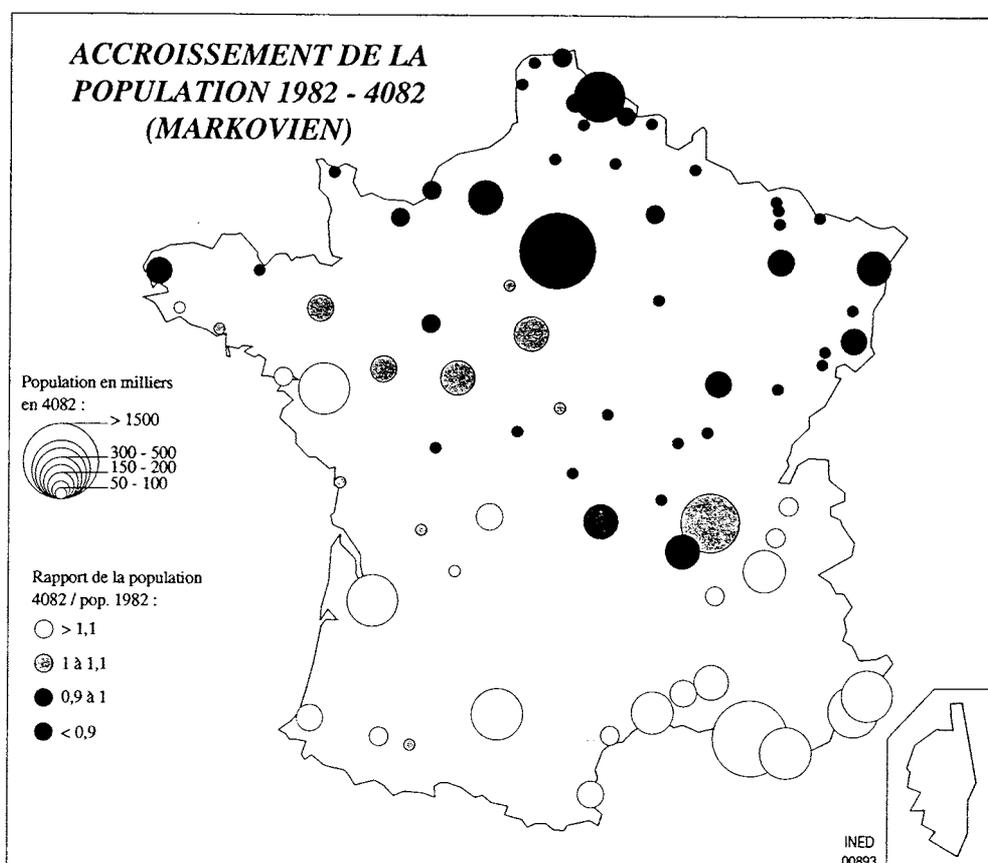
### III.- Projections à très long terme

Nous avons déjà indiqué que le modèle markovien conduit à une situation d'équilibre indépendante des populations initiales et fonction uniquement des taux de migration entre ces agglomérations. On peut également montrer que la vitesse de convergence dépend de la valeur propre la plus élevée, mais non égale à l'unité de la matrice *EM*.

L'application pratique que nous avons réalisée sur les villes françaises conduit à des populations parfaitement invariantes à partir de l'année 4082, soit plus de deux mille ans après le début de la projection. Cependant, comme cette limite est atteinte très lentement, on arrive déjà à des populations proches de ces valeurs dès l'année 2300 environ. Nous avons porté sur la carte 3 le rapport des populations limites, obtenues grâce au modèle markovien en 4082, à la population initiale en 1982.

On constate, en premier lieu, qu'aucune des populations limites des agglomérations n'est nulle. Cependant, les valeurs d'équilibre peuvent être assez éloignées des populations initiales : Grasse-Cannes-Antibes voit sa population presque tripler, alors que Thionville voit sa population réduite au tiers. La population parisienne n'est réduite que de 7,4%, la population de Lyon augmente de 6,2%, en revanche, celle de Marseille augmente de 51,0%.

L'application du modèle non-markovien conduit sur le long terme à des résultats entièrement différents. La première ville s'éteint en 2430, il s'agit de Maubeuge. Cette

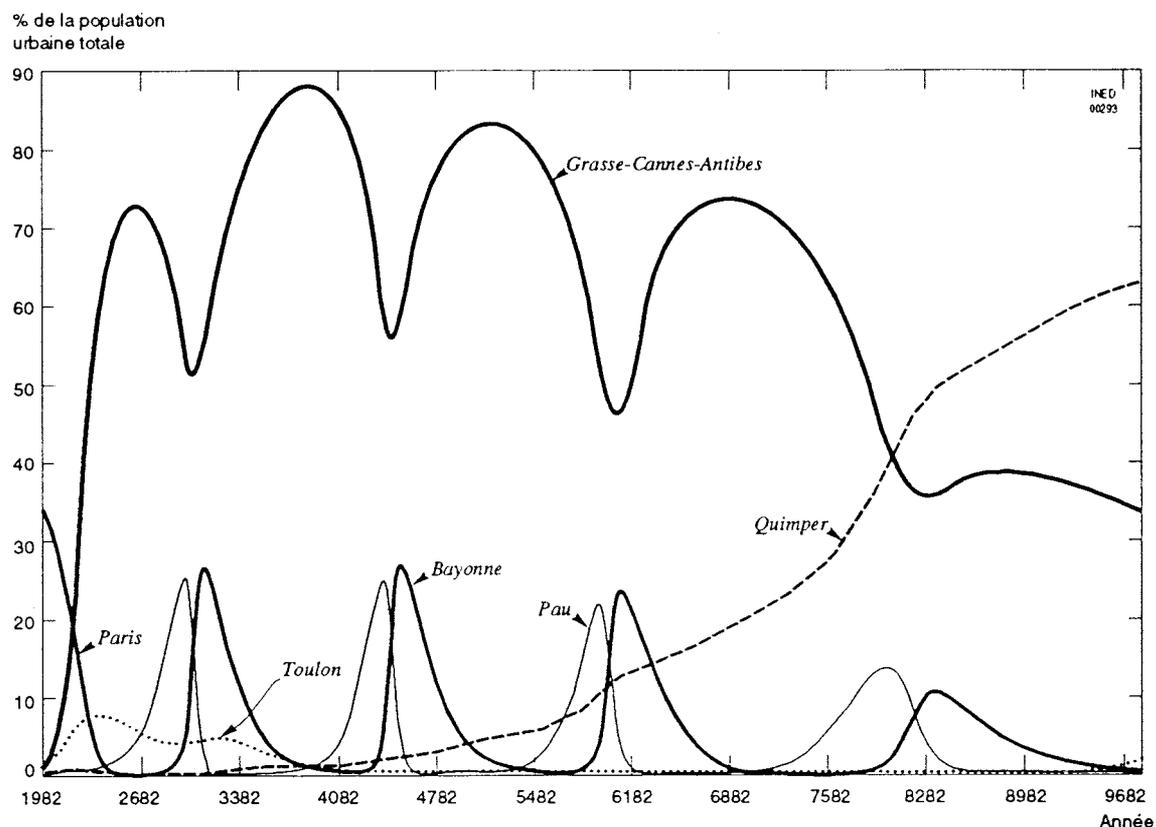


Carte 3.- Augmentation ou diminution de la population des villes, de 1982 à 4082, correspondant à l'application d'un modèle markovien

ville n'était pas parmi les plus défavorisées sur le court terme, comme le montre la carte 2. Elle est suivie, en 2710, par Charleville et par Chartres. Si sur le court terme Charleville était déjà très défavorisée, Chartres en revanche gagnait près de 4% de sa population; le modèle markovien conduit d'ailleurs à une augmentation de la population de cette ville à la limite.

On voit donc apparaître des villes dont la population commence par croître pour ensuite tendre vers zéro. L'agglomération parisienne va s'éteindre vers 3100, alors que déjà vingt cinq villes se sont éteintes. Depuis 2190, elle est dépassée par l'agglomération de Grasse-Cannes-Antibes qui devient la ville la plus peuplée de France (graphique 1). Cette dernière atteint des maximums successifs avec des niveaux intermédiaires plus bas : elle contient 72,9% de la population urbaine française en 2680, pour retomber à 51,0% en 3067, puis remonter à 88,2% en 3890, et ainsi de suite pendant plus de six mille ans. Seules deux autres villes importantes arrivent à se maintenir pendant cette durée, atteignant leur maximum quand Grasse-Cannes-Antibes est à son minimum : Pau atteint un peu plus de 25% de la population urbaine trente ans avant ce minimum et Bayonne vient prendre le relais trente ans après. Dans l'intervalle, entre ces maximums, la population de ces villes est très faible (graphique 1).

Cette évolution ne se poursuit cependant pas indéfiniment, car dès les années 7000 une nouvelle agglomération va peu à peu prendre le dessus. Il s'agit, de façon surprenante,



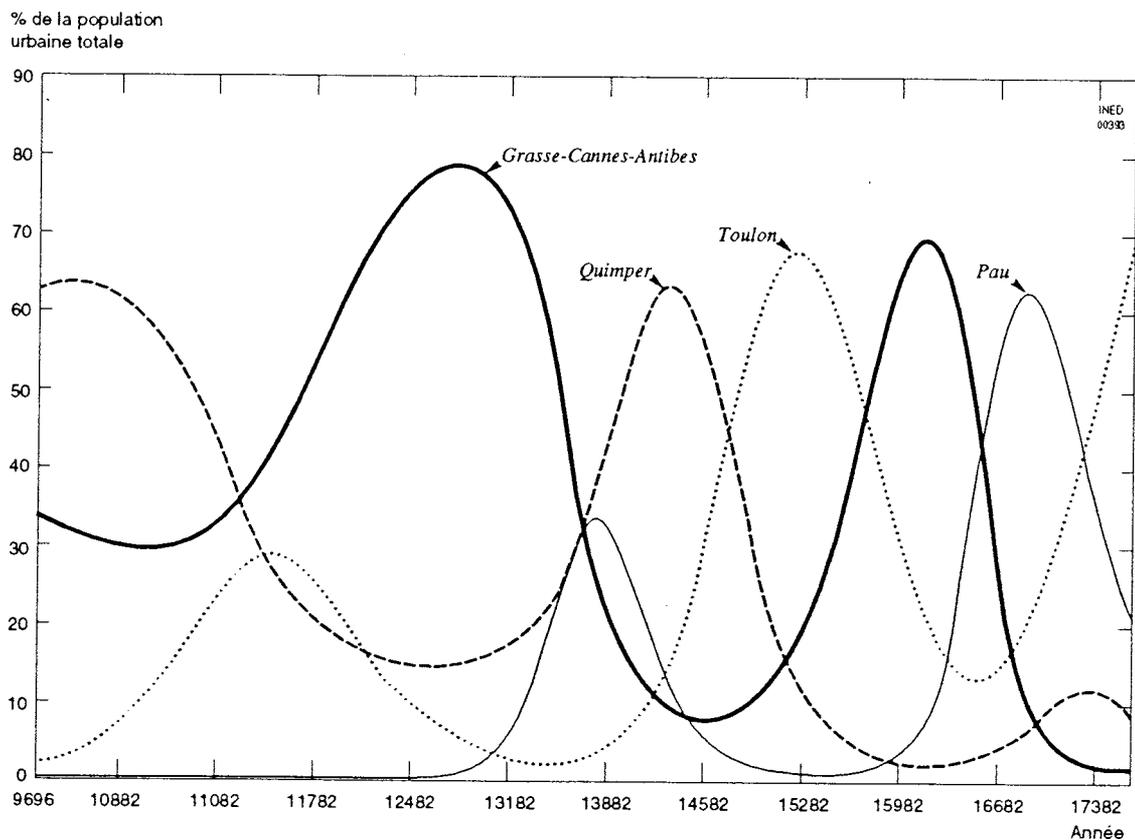
Graphique 1. – Évolution, de 1982 à 9696, des parts de population des villes de Bayonne, Grasse-Cannes-Antibes, Paris, Pau, Quimper et Toulon, selon le modèle non-markovien

de Quimper, la ville la moins peuplée en 1982. Pour voir comment cela a été rendu possible, nous avons porté au tableau 1 les indices d'intensité entre les trois villes précédentes et Quimper. On voit que si Quimper n'échangeait aucun migrant avec Bayonne (les deux indices entre ces villes sont nuls), les échanges avec Grasse-Cannes-Antibes et avec Pau sont à la faveur de Quimper. C'est donc par l'intermédiaire de ces deux dernières villes que Quimper va pouvoir augmenter. Si seulement ces quatre villes restaient en concurrence sur le très long terme Quimper l'emporterait.

Mais en fait d'autres villes vont rester en concurrence et la croissance de Quimper ne sera pas indéfinie (voir graphique 2). Cette ville atteint un maximum un peu après

TABLEAU 1. – INDICES D'INTENSITÉ MIGRATOIRE EN P.  $10^9$  ENTRE BAYONNE, GRASSE-CANNES-ANTIBES, PAU, QUIMPER ET TOULON

Origine	Destination	Bayonne	Grasse-Cannes-Antibes	Pau	Quimper	Toulon
Bayonne		–	328	5 597	0	312
Grasse-Cannes-Antibes		162	–	425	269	949
Pau		7 674	195	–	156	317
Quimper		0	161	0	–	207
Toulon		99	1 036	236	71	–



Graphique 2.- Évolution, de 9696 à 17468, des parts de population des villes de Grasse-Cannes-Antibes, Pau, Quimper et Toulon, selon le modèle non-markovien

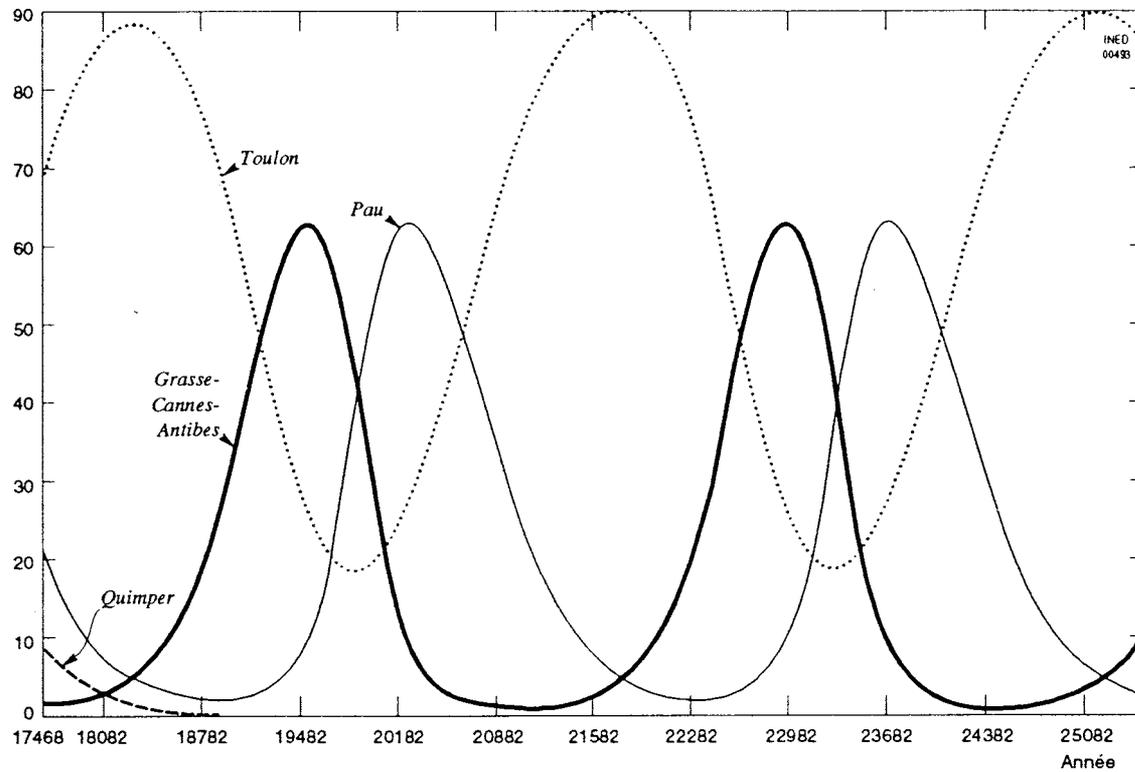
l'an 10000 et entame une première retombée au-delà ; Grasse-Cannes-Antibes reprennent le dessus. A cette époque là, il n'y a plus que sept villes peuplées : Bayonne, Grasse-Cannes-Antibes, Montélimar, Montpellier, Pau, Perpignan, Quimper et Toulon. Cette nouvelle configuration va entraîner des changements dans le futur.

En effet, Toulon qui avait atteint un maximum relatif au cours des années 2300, va connaître une nouvelle croissance après 10000. Nous avons également porté ses échanges avec les quatre villes précédentes dans le tableau 1, pour essayer de voir les raisons de ces changements. Il se trouve que Toulon a des échanges fortement en sa faveur avec Quimper : la croissance de cette dernière ville entraîne le regain de Toulon, qui regroupe près de 30% de la population urbaine vers 11500.

On assiste pendant les 6000 ans qui suivent à une sorte de figure de ballet entre Grasse-Cannes-Antibes, Pau, Quimper et Toulon, qui atteignent chacune, à des dates différentes, entre 65% et 70% de la population urbaine (graphique 2). Cependant, autour des années 18000, Quimper finit par s'éteindre au profit de Toulon (graphique 3). A partir de cette date, seules trois villes restent peuplées (Grasse-Cannes-Antibes, Pau et Toulon) et l'on voit se mettre en place un cycle d'environ 3486 ans, au cours duquel chacune de ces villes passe par un maximum.

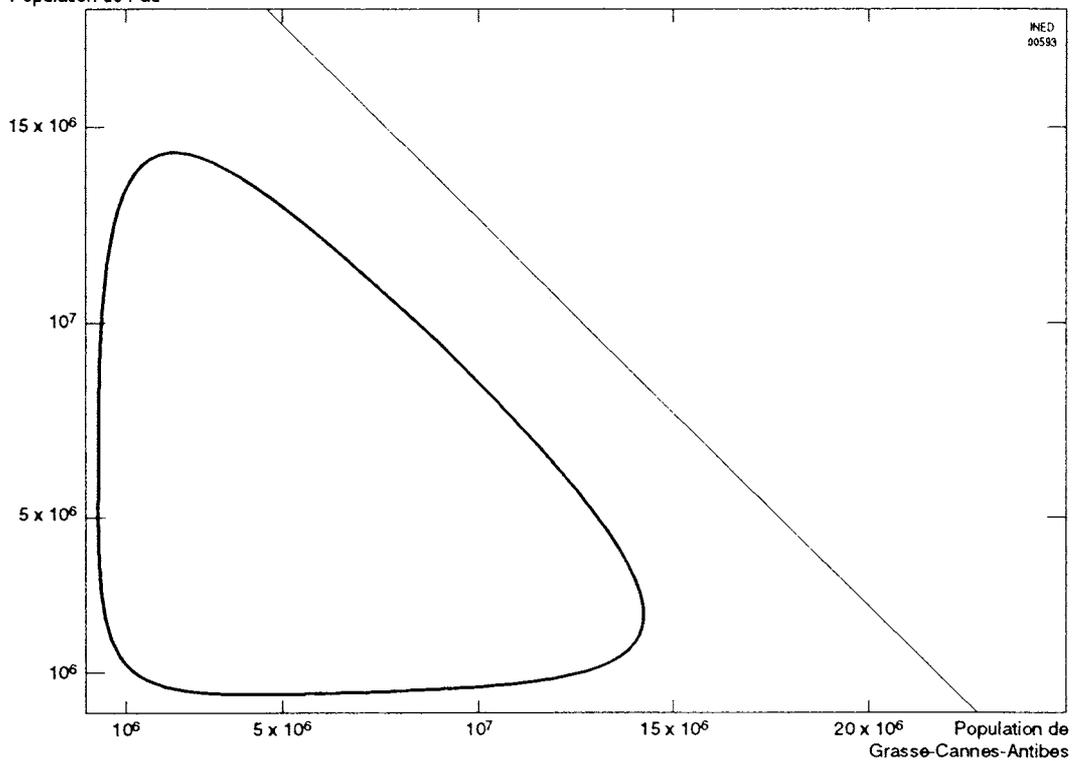
Nous avons porté sur le graphique 4 l'évolution simultanée de ces deux premières agglomérations : Grasse-Cannes-Antibes et Pau. L'évolution de la dernière agglomération se déduit de ces deux là, la population totale du pays restant par hypothèse constante.

% de la population urbaine totale



Graphique 3.- Évolution, de 17468 à 25292, des parts de population des villes de Grasse-Cannes-Antibes, Quimper et Toulon, selon le modèle non-markovien

Population de Pau



Graphique 4.- Population de Grasse-Cannes en fonction de la population de Pau (cycle de 3486 ans)

La population de Grasse-Cannes-Antibes passe par un maximum, représentant 62,3 % de la population totale, puis celle de Pau, 686 ans après passe par un maximum très proche du précédent, enfin celle de Toulon, 1771 ans après, passe par un maximum représentant 90,3 % de la population totale, pour revenir au maximum de la première agglomération 1029 ans après.

La relation (22) est vérifiée car, dans ce cas, l'inverse de la population urbaine ( $4416 \times 10^9$ ) est toujours supérieur aux six indices d'intensité entre les trois zones. Aucune des trois populations ne peut donc devenir nulle ou négative, mais celles-ci oscilleront périodiquement autour des trois pôles mis en évidence. Il n'y a plus dans ce cas de solution indépendante du temps, mais une solution cyclique autour du point fixe (4,6 millions d'habitants pour Grasse-Cannes-Antibes, 4,95 millions pour Pau et 13,1 millions pour Toulon).

### Conclusion

Au terme de cet article, nous pouvons mieux mesurer l'importance des différences entre les résultats des projections markoviennes et celle des projections non-markoviennes.

En premier lieu, sur une trentaine d'années, le second modèle conduit à des situations déjà beaucoup plus contrastées que celle que donnait le modèle markovien : ce dernier prévoit une augmentation de 34,4 % seulement contre les 51,6 % que donne le modèle non-markovien, pour l'agglomération de Grasse-Cannes-Antibes.

Dès lors, on voit tout l'intérêt de se poser la question suivante : « Si ces migrations se poursuivent, que va-t-il se passer à la limite ? La limite étant... dans  $x$  millions d'années, bien sûr » (Le Bras, 1985). Même si les conditions ont de fortes chances de changer à l'avenir, il est de grand intérêt de voir les conséquences des conditions actuelles sur l'évolution à très long terme des villes. Cette évolution exprime ce que contenait en puissance la matrice des taux observés aujourd'hui.

Le modèle markovien conduit à une répartition stationnaire dans le temps des populations de chaque agglomération. Cette répartition est indépendante des populations initiales et ne dépend que des taux d'émigration de chaque ville vers chacune des autres.

Le modèle non-markovien ne conduit généralement pas à une répartition stationnaire, mais à des variations cycliques des populations restant dans le champ. D'ailleurs, cet état cyclique n'est atteint qu'après une très longue évolution des populations des villes. Cette évolution dépend des populations initiales et des indices d'intensité migratoire entre les diverses villes. Elle permet de mieux voir les conséquences du maintien des indices actuels sur la population des agglomérations urbaines : certaines de ces villes vont s'éteindre, dans un futur plus ou moins éloigné, sans jamais revenir à leur position initiale très importante (Paris), d'autres pourront voir leur population croître dans des proportions démesurées (Quimper) pour finalement s'éteindre comme les précédentes ; d'autres, enfin, finiront par se maintenir dans les variations cycliques de grande ampleur qui apparaissent dans plus de 20 000 ans (Grasse-Cannes-Antibes, Pau et Toulon).

Ces résultats permettent de dévoiler tout au long du temps, les conséquences d'une situation initiale qui est contenue dans la population des villes et dans les indices d'intensité des migrations entre ces villes. Ils montrent la complexité, changeante au fil du temps, des échanges migratoires qui en résultent. Généralement, ces échanges ne pourront s'arrêter qu'avec l'extinction d'une ville, et ils se poursuivront indéfiniment entre les villes qui arrivent à se maintenir sur le très long terme.

## BIBLIOGRAPHIE

- CAZIN François, 1975.- « Perspectives démographiques régionales et urbaines préparatoires au VIème Plan », in *Migrations intérieures.- Méthodes d'observation et d'analyse*, Paris, CNRS.
- COURGEAU Daniel, 1970.- *Les champs migratoires en France*, Paris, INED/PUF, « Travaux et Documents », Cahier n° 58.
- COURGEAU Daniel, 1975.- « L'intensité des changements de catégories de communes », *Population*, 30,1, pp. 81-102.
- HENRY Louis, 1973.- *Perspectives démographiques*, Paris, Editions de l'INED.
- LE BRAS Hervé, 1975.- « Migrations et distances spatiales entre villes », in *Migrations intérieures.- Méthodes d'observation et d'analyse*, Paris, CNRS.
- POULAIN Michel, 1981.- *Contribution à l'analyse spatiale d'une matrice de migration interne*, Louvain-la-Neuve, Cabay, Recherches démographiques, Cahier n° 3.
- REILLY William, 1931.- *The Law of Retail Gravitation*, New York.
- STEWART John, 1942.- « A measure of the influence of a population at a distance », *Sociometry*, 5, pp. 63-71.
- WILLEKENS Frans et ROGERS Andrei, 1978.- *Spatial population analysis : Methods and programs*, Laxenburg, IIASA, Research report, RR-78-18.
- ZIPF Georges K., 1946.- « The P, P2/D hypothèses : on the intercity movement of persons », *American Sociological Review*, 11, pp. 677-680.